О движении каяка на попутной волне

М. Вейсман
ООО “КБ СамБот“, 443068, г. Самара, ул. Ново-Садовая, 106/82;
ОИВТ РАН, 125412, Москва, ул. Ижорская 13/2

23 апреля 2015 г.

Аннотация

Кратко рассмотрена теория волнения на море и вытекающие из нее следствия применительно к движению каяка на попутных волнах

Теория волнения на море, изложенная кратко в [1, 2, 4, 3] и более подробно в [5] - показывает, что частицы воды в волне движутся по замкнутым элиптическим траекториям, центры которых смещаются в направлении распространения волны под действием внутриволнового течения, обусловленного условием непрерывности потока воды, а также под действием дрейфового течения, обусловленного действием ветра. Ниже рассмотрены следствия теории для *двумерных* волн, длина гребня которых много больше **длины волны** λ.

Согласно [5], частица воды, первоначально (в покое) находившаяся на поверхности воды в точке с координатой $x = a$ (x - координата вдоль распространения волны) - в момент времени t будет иметь следующие значения компонет скоростей [1] вдоль осей x и y (ось y направлена вглубь водоема, ось z - в направлении, перпендикулярном направлению распространения волны, и для двумерных волн все характеризующие волну величины однородны вдоль z):

$$V_x = V\cos(\theta) + W + U, \quad V_y = V\sin(\theta), \tag{1}$$

где W - скорость волнового течения, U - скорость дрейфа воды под действием ветра (а в океане - также под действием кориолисовой силы из-за вращения земли), $V = \omega r_0$ - скорость вращения частицы по замкнутой орбите у поверхности воды, $\omega = kC = 2\pi C/\lambda$ - угловая скорость, $r_0 = h/2$ - радиус вращения частицы у поверхности воды, h - **высота волны**, $\theta = k(a - Ct)$ - фаза волны, $k = 2\pi/\lambda$, C - **фазовая скорость волны**, т.е. скорость распространения фронта волны, для которой *трохоидальная теория волн* [2, 5] дает выражение

$$C = \sqrt{(g/k)\tanh(kH)} \approx \sqrt{g/k} \text{ при } H > 0.25\lambda, \tag{2}$$

где g - ускорение свободного падения, H - глубина водоема, которая при написанном в (2) условии не сказывается на величине C, tanh - функция гиперболического тангенса.

[1] В [5] в выражении для V_y допущена ошибка в знаке

Отметим, что в отличие от поверхности водоема, на глубине волнение затухает, при этом с глубиной $y = b$ радиус циркуляции частиц воды уменьшается по закону $r = r_0 e^{-kb}$ [2, 5].

Для скорости волнового течения у поверхности воды W из условия непрерывности потока теория дает [5]: $W = C(kr_0)^2(1+\cos(\theta))$, в результате (1) можно переписать в виде:

$$V_x = N + \bar{U} + CN[1 + N + \bar{U}/C]\cos(\theta); \quad V_y = CN\sin(\theta), \tag{3}$$

где $N = \pi h/\lambda$ - число, пропорциональное отношению высоты волны к длине волны, $\bar{U}$ - средняя за период волны скорость (ветрового) дрейфа.

Предельное значение отношения h/λ равно $h/\lambda|_{max} = 1/7$, большие значения не реализуются из-за опрокидывания волны [5].

Обычно реализуются значения $h/\lambda \approx 1/10$ [3]. Приближенная формула Цимермана для расчета отношения высоты к длине волны [3]:

$$h[\text{м}] \approx 0.17(\lambda[\text{м}])^{0.75} \tag{4}$$

- дает для $h = 1\,\text{м}$ величину $\lambda = 10\,\text{м}$, т.е. также $h/\lambda \approx 1/10$. При этом параметр $N \approx 0.314$.

Для такого волнения (с высотой волны 1м) сделаем оценки: из (2) получаем $C \approx 14.4$ км/ч, т.е. такая волна обгонит любой каяк. Однако нужно иметь в виду, что в данном случае - **быстрее каяка движется не жидкость в волне, а фаза бегущей волны.** Также необходимо иметь в виду, что волны меньшей амплитуды, в соответствии с (4) и (2) - будут иметь меньшие фазовые скорости (у каякера появляется шанс обогнать волну при $h < 0.5\,\text{м}$, т.к. в этом случае по вышеприведенным формулам получаем $C < 10\,\text{км/ч}$).

Для оценки скорости движения *именно жидкости* в волне оценим сначала среднюю скорость ветрового дрейфа: в качестве грубой оценки используем выражение для средней дрейфовой скорости воды в океане под действием ветра [4], в котором с рассматриваемой степенью точности (фактически речь идет о закрытых акваториях: внутренние моря, большие озера и т.д.!) можно пренебречь зависимостью от широты, обусловленной кориолисовой силой, и получить следующее выражение, являющееся оценкой сверху для закрытых акваторий:

$$\bar{U} \lesssim 0.012W, \tag{5}$$

где W - скорость ветра. Для $W = 10\,\text{м/с}$ получаем $\bar{U} \sim 0.5$ км/ч.

Подставляя это значение, а также $C \approx 14.4$ км/ч и $N \approx 0.314$ в (3), получаем для рассматриваемой волны высотой около 1м:

$$V_x[\text{ в км/ч }] \approx 5 + 6\cos(\theta) \text{ для волны с } h = 1 \text{ м }. \tag{6}$$

Из (6) следует, что для рассматриваемой волны средняя скорость движения частиц воды у поверхности в направлении распространения волны составляет 5 км/ч, максимальная скорость: 11 км/ч, а минимальная: -1 км/ч.

Заметим, что проинтегрировав по времени уравнение (3), мы получаем следующие выражения для координат частиц волны у поверхности водоема:

$$x = a - (N + \bar{U}/C)\theta/k - r_0[1 + N + \bar{U}/C]\cos(\theta); \quad y = r_0\cos(\theta), \tag{7}$$

которые представляют собой параметрричеcкое уравнение кривой – трохоиды с элиптической орбитой частиц и параметром $-\theta$. Увеличению времени соответствует при этом уменьшение параметра $-\theta$, в момент $t = a/$ величина $\theta = 0$, при этом центр орбитального движения находится в точке $x = a$, а сама частица - в точке с координатами (a, r_0) - вершине волны. Подошве (минимуму) волны соответствует параметр $\theta = \pi$. Волна за время Δt распространяется вперед на расстояние $\Delta a = C\Delta t$ с фазовой скоростью C.

В вершине волны ($\theta = 0, 2\pi \dots$), как следует из (3) и (6) –компонента V_x скорости продольного движения частиц воды (вдоль оси $0x$) - максимальна, и в рассматриваемом случае волны высотой 1м - равна 11 км/ч. У подошвы волны V_x минимальна и в рассматриваемом случае волны высотой 1м - равна -1 км/ч, т.е. имеется обратный поток жидкости. В общем же случае для максимальной $V_{x,max}$, минимальной $V_{x,min}$ и средней за период $\bar{V_x}$ скоростей из (3) следуют выражения:

$$\begin{aligned} &V_{x,max} = 2CN + CN^2 + \bar{U}(1+N) \approx 0.73C + 1.31\bar{U}, \\ &V_{x,min} = -CN^2 + \bar{U}(1-N) \approx -0.1C + 1.31\bar{U}, \\ &\bar{V_x} = CN + \bar{U} \approx 0.31C + \bar{U} \end{aligned} \tag{8}$$

(приближенные равенства записаны для $N \approx 0.314$, см. выше).

Из вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

1. В волнах достаточно большой амплитуды (около 1м и выше) - составляющая продольной (вдоль направления распространения волны) скорости частиц воды, в среднем за период, имеет значение около 5 км/ч и выше (для волн с амплитудой более 1м или длиной волны более 10м), что при правильной технике может дать существенное увеличение скорости движения каякера в попутном с волнами направлении. При этом во впадине волны происходит замедление каяка, а на вершине - его ускорение, причем при движении с вершины достаточно крутой волны, хотя продольная компонента скорости частиц воды V_x становится и меньше своего максимального значения $V_{x,max}$, - каяк может дополнительно ускоряться под действием силы тяжести (этот вопрос также может быть рассмотрен количественно, для чего необходимо записать уравнения движения каяка с вершины волны).

2. Волна с высотой 1м и более, имея фазовую скорость около 14.4км/ч и более - догоняет каяк. Т.к. при этом продольные скорости частиц воды вблизи вершины волны имеют значения около 11 км/ч и более, т.е. значения, близкие к скорости самого каяка – рулевые и направляющие (киль, скег) поверхности - становятся мало эффективными, из-за чего возможен самопроизвольный разворот каяка в случае, если произойдет небольшое отклонение оси каяка от оси распространения волны $0x$.

   Действительно, при таком отклонении из-за того, что скорости частиц волны у кормы и носа каяка будут существенно различными, т.к. корма и нос будут находится в разных фазах волны θ (см. (3)), а скорости поступательного движения этих частей каяка - одинаковы (т.к. каяк-твердое тело) - возникнет разворачивающий момент M относительно центра масс каяка из-за момента пары сил гидродинамического сопротивления: $M \sim L/2\rho S[(V_{x,stern} - V_K)^2 - (V_{x,bow} - V_K)^2]$, где L - длина каяка, S - характерный размер площади поверхности погруженной части диаметральной плоскости каяка в носу и корме, $V_{x,stern}$ и $V_{x,bow}$ - продольные компоненты скорости частиц воды в корме и носу, соответственно, V_K - продольная компонента скорости каяка. (Разумеется, при точном вычислении вместо вышенаписанного выражения возникнут соответствующие интегралы).

3. Из вышесказанного также понятно, что в случае, когда центр парусности каяка с каякером совпадает с его центром масс (ЦМ) и одновременно в этой же точке находится центр бокового сопротивления (ЦБС) (который можно найти как центр тяжести погруженной части диаметральной плоскости судна), либо в случае, если волна представляет из себя *мертвую зыбь* (т.е. распространяется при отсутствии ветра) - каяк с пассивно сидящим в нем каякером будет всегда произвольно разворачиваться лагом к волне, т.е. ось каяка будет становиться параллельно оси $0z$, расположенной параллельно гребням двумерных волн.

   Действительно, в указанном случае момент аэродинамических сил, действующих на каяк с каякером со стороны ветра - равен нулю, и движение каяка будет целиком определяться воздействием на него гидродинамических сил со стороны частиц воды в волне. Момент сил относительно относительно ЦМ, действующий на каяк со стороны частиц волны - строго равен 0 только в 2 случаях: а) когда ось каяка строго параллельна оси распространения волны и б) когда ось каяка параллельна оси $0z$ (т.е. каяк расположен лагом к волне) и каяк находится в дрейфе, т.е. его скорость движения равна скорости движения частиц воды (которая не зависит от координаты z, в соответствии с определением двумерной волны). Легко видеть, что положение (a) - это положение неустойчивого равновесия, тогда как положение (b) - это положение устойчивого равновесия, к которому будет самопроизвольно стремится система каяк+каякер при вышеуказанных условиях и отсутствии каких-либо воздействий со стороны каякера.

   Заметим, что для достаточно хорошо сбалансированного каяка момент аэродинамических сил будет хотя и отличен от 0, но меньше момента гидродинамических сил, поэтому в этом случае каяк при отсутствии каких-либо активных действий со стороны каякера - также будет самопроизвольно разворачиваться лагом к волне, однако в этом случае возможны колебания системы каяк+каякер относительно этого положения равновесия.

Список литературы

[1] Ю.Ф.Безруков, Колебания уровня и волны в Мировом океане, Учебное пособие, Симферополь, 2001.

[2] Ю.Ф.Безруков, Океанология, Учебное пособие, Симферополь, 2006.

[3] С.Д. Чижиумов, Основы динамики судов на волнении, Комсомольск на Амуре, 2010

[4] В.Н. Воробьев, Н.П. Смирнов, Общая океанология. Часть II: динамические процессы, Санкт-Питербург, 1999.

[5] В.В. Шулейкин, Физика моря, М: Наука, 1968.